

# **CBS**

## **Colegio Bautista Shalom**



### **Matemáticas 1**

### **Primero Básico**

### **Cuarto Bimestre**

**Contenidos****INTERÉS**

- ✓ ¿QUÉ ES INTERÉS?
- ✓ INTERÉS SIMPLE.

**ESTADÍSTICA**

- ✓ POBLACIÓN Y MUESTRA.
- ✓ VARIABLES CUANTITATIVAS Y CUALITATIVAS.
- ✓ MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.
- ✓ DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS.
- ✓ TIPOS DE FRECUENCIAS.
- ✓ DIAGRAMA DE BARRAS.
- ✓ POLÍGONO DE FRECUENCIA.
- ✓ ESTADÍSTICA EN EXCEL.
- ✓ HABILITAR LAS HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS DE DATOS.
- ✓ UTILIZANDO LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA EN EXCEL.
- ✓ CÓMO HACER UN HISTOGRAMA EN EXCEL.
- ✓ CREAR UN HISTOGRAMA EN EXCEL.
- ✓ HERRAMIENTA HISTOGRAMA EN EXCEL.
- ✓ DAR FORMATO AL HISTOGRAMA EN EXCEL.

**INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA****CONVERSIÓN DE UNIDADES**

- ✓ LONGITUD.
- ✓ TIEMPO.
- ✓ MASA.
- ✓ ÁREA.
- ✓ VOLUMEN.
- ✓ VELOCIDAD.
- ✓ FUERZA.
- ✓ POTENCIA.
- ✓ DENSIDAD.
- ✓ ENERGÍA.
- ✓ PRESIÓN.

**CALENDARIO MAYA**

- ✓ CÓMO LOS MAYAS CREARON EL CERO.
- ✓ EL CERO DE LOS MAYAS.
- ✓ FORMACIÓN DE NÚMEROS.
- ✓ MEDICIÓN DEL TIEMPO.

**NOTA:** conforme vayas avanzando en el aprendizaje de cada uno de los temas desarrollados encontrarás ejercicios a resolver. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

## INTERÉS

### ¿QUÉ ES INTERÉS?

El concepto de interés tiene que ver con el precio del dinero. Si alguien pide un préstamo debe pagar un cierto interés por ese dinero. Y si alguien deposita dinero en un banco, el banco debe pagar un cierto interés por ese dinero.

### Componentes del préstamo o depósito a interés:

En un negocio de préstamo o depósito a interés aparecen:

- ✓ El capital, que es el monto de dinero inicial, prestado o depositado.
- ✓ La tasa, que es la cantidad de dinero que se paga o se cobra por cada 100 en concepto de interés; también llamada tanto por ciento.
- ✓ El tiempo, durante el cual el dinero se encuentra prestado o depositado y genera intereses.
- ✓ El interés, que es la cantidad de dinero cobrado o pagado por el uso del capital durante todo el tiempo.
- ✓ El interés, como precio por el uso del dinero, se puede presentar como interés simple o como interés compuesto.

### INTERÉS SIMPLE

Es el interés o beneficio que se obtiene de una inversión de una empresa que vende o bien puede ser financiera o de capital cuando los intereses (los cuales pueden ser altos o bajos, dependiendo del problema planteado) producidos durante cada periodo de tiempo que dura la inversión se deben únicamente al capital inicial, ya que los beneficios o intereses se retiran al vencimiento de cada uno de los periodos. Los periodos de tiempo pueden ser años, trimestres, meses, semanas, días, o cualquier duración. Es decir, el interés se aplica a la cantidad inicial, los intereses no se agregan al capital productivo.

El interés simple es normalmente utilizado para problemas de proporcionalidad al igual que el interés compuesto ya que se utiliza para hacer cantidades exactas y proporcionales lo cual es de gran utilidad para graficas ya sea de barras o lineales. En relación con un préstamo o un depósito mantenido durante un plazo a una misma tasa de interés simple, los cálculos de cualquier de esos elementos se realizan mediante una regla de tres simple. Es decir, si conocemos tres de estos cuatro elementos podemos calcular el cuarto:

**El interés (I) que produce un capital es directamente proporcional al capital inicial (C), al tiempo (t), y a la tasa de interés (i):**

Esto se presenta bajo la fórmula:  $I = C \cdot i \cdot t$

Donde i está expresado en tanto por uno y t está expresado en años, meses o días.

Tanto por uno es lo mismo que  $\frac{\text{Tasa \%}}{100}$ .

Entonces, la fórmula para el cálculo del interés simple queda:

$$\text{Interes} = \text{capital} * \frac{\text{tasa \%}}{100} * t (\text{años})$$

$$\text{Interes} = \text{capital} * \frac{\text{tasa \%}}{100} * \frac{t (\text{meses})}{12}$$

$$\text{Interes} = \text{capital} * \frac{\text{tasa \%}}{100} * \frac{t (\text{meses})}{365}$$

**Ejemplo** el señor Juan Carlos invierte Q 10,000.00 en un negocio de donas, pero para obtener este dinero saca un préstamo con un interés anual del 13% a un plazo de 3 años.

**Solución:**  $Is = 10,000 * 0,13 * 3 = 3900$

**Respuesta:** a una tasa de interés simple de 13% anual, al cabo de 3 años los Q 10,000.00 han ganado Q 3,900.00

**EJERCICIO 01:** desarrolla y resuelve los siguientes problemas con las fórmulas vistas y da una respuesta de conclusión (como justificación de cada una de tus respuestas).

1. Calcular el interés simple producido por 30.000 pesos durante 90 días a una tasa de interés anual del 5 %.
2. Al cabo de un año, un banco ha ingresado en una cuenta de ahorro, en concepto de intereses, 970 pesos. La tasa de interés de una cuenta de ahorro es del 2 %. ¿Cuál es el saldo medio (capital) de dicha cuenta en ese año?
3. Por un préstamo de 20.000 pesos se paga al cabo de un año 22.400 pesos. ¿Cuál es la tasa de interés cobrada?
4. Un capital de 300.000 pesos invertido a una tasa de interés del 8 % durante un cierto tiempo, ha supuesto unos intereses de 12.000 pesos. ¿Cuánto tiempo ha estado invertido?
5. Hallar el interés producido durante cinco años, por un capital de 30 000 €, al 6%.
6. Encuentre el interés simple sobre \$ 1.250 para 2 años al 5%.
7. Si \$ 1.250 se acumula a \$ 1.362,50 en 2 años a la tasa de interés simple. ¿Cuál es la tasa?
8. ¿En cuánto tiempo \$ 500 se acumularán a \$ 525 al 4% de interés simple?
9. Encuentre el interés simple sobre \$ 285 para 1 1/2 años al 4 3/4 %.
10. Encuentre el interés simple sobre \$ 530 para 4 meses al 4 1/2 \$
11. ¿Cuál es el capital que se acumulará a \$ 715,26 en 15 meses a la tasa de interés simple de 0,055?
12. El interés que se pagó sobre un préstamo de \$ 750 por un periodo de 4 meses fue de \$ 16,25 ¿Cuál fue la tasa de interés simple?
13. ¿Qué tiempo será necesario para que \$ 364,50 se acumule a 389,77 al 5,2% de interés simple?
14. Un niño dejó en prenda su cámara fotográfica a cambio de \$ 60, al final de un mes la recogió pagando 63. ¿Qué tasa de interés pagó?
15. A una casa comercial se le acusó de usura por estar realizando préstamos por un período de 2 semanas con recargo del 10%. ¿Cuál es la tasa que está cobrando?
16. Calcular a cuánto asciende el interés simple producido por un capital de 25 000 pesos invertido durante 4 años a una tasa del 6 % anual.
17. Calcular el interés simple producido por 30 000 pesos durante 90 días a una tasa de interés anual del 5 %.
18. Al cabo de un año, un banco ha ingresado en una cuenta de ahorro, en concepto de intereses, 970 pesos. La tasa de interés de una cuenta de ahorro es del 2 %. ¿Cuál es el saldo medio (capital) de dicha cuenta en ese año?
19. Un préstamo de 20 000 quetzales se convierte al cabo de un año en 22 400 quetzales. ¿Cuál es la tasa de interés cobrada?
20. Un capital de 300 000 pesos invertido a una tasa de interés del 8 % durante un cierto tiempo, ha supuesto unos intereses de 12 000 pesos. ¿Cuánto tiempo ha estado invertido?

## ESTADÍSTICA

La estadística es una colección de métodos para planificar y realizar experimentos, obtener datos y luego analizar, interpretar, y formular una conclusión basada en esos datos. Es la ciencia encargada de recopilar, organizar, analizar e interpretar información numérica o cualitativa, de manera que pueda llevar a conclusiones válidas.

La estadística se puede definir como la ciencia que recopila, organiza, analiza e interpreta la información numérica o cualitativa, mejor conocida como datos, de manera que pueda llevar a conclusiones válidas.

1. **La estadística descriptiva:** es la ciencia que recopila, organiza e interpreta la información numérica o cualitativa. Los periódicos, revistas, radio y televisión usan la estadística descriptiva para informar y persuadirnos acerca de ciertas acciones a tomar y en la formación de opiniones.
2. **La estadística inferencial:** es la ciencia que interpreta información de manera que pueda llevar a conclusiones válidas. Los gobiernos y las organizaciones utilizan la estadística para tomar decisiones que afectan directamente nuestras vidas.

## POBLACIÓN Y MUESTRA

El concepto de población en estadística va más allá de lo que comúnmente se conoce como tal. Una población se precisa como un conjunto finito o infinito de personas u objetos que presentan características comunes.

El tamaño que tiene una población es un factor de suma importancia en el proceso de investigación estadística, y este tamaño vienen dado por el número de elementos que constituyen la población, según el número de elementos la población puede ser finita o infinita. Cuando el número de elementos que integra la población es muy grande, se puede considerar a esta como una población infinita, por ejemplo; el conjunto de todos los números positivos. Una

población finita es aquella que está formada por un limitado número de elementos, por ejemplo; el número de estudiantes del grado de primero básico del Liceo de Ciencias Técnicas. Cuando la población es muy grande, es obvio que la observación de todos los elementos se dificulta en cuanto al trabajo, tiempo y costos necesarios para hacerlo. Para solucionar este inconveniente se utiliza una muestra estadística.

Es a menudo imposible o poco práctico observar la totalidad de los individuos, sobre todos si estos son muchos. En lugar de examinar el grupo entero llamado población o universo, se examina una pequeña parte del grupo llamada **muestra**. A continuación, se te dará una definición más concreta acerca de lo que es **Población** en estadística.

**Población o Universo:** es el total del conjunto de elementos u objetos de los cuales se quiere obtener información. Aquí el término población tiene un significado mucho más amplio que el usual, ya que puede referirse a personas, cosas, actos, áreas geográficas e incluso al tiempo.

La población debe estar perfectamente definida en el tiempo y en el espacio, de modo que, ante la presencia de un potencial integrante de la misma, se pueda decidir si forma parte o no de la población bajo estudio. Por lo tanto, al definir una población, se debe cuidar que el conjunto de elementos que la integran quede perfectamente delimitado.

En estadística, la **muestra** es a subconjunto de la población.

La muestra representa un subconjunto del tamaño manejable. Se recogen las muestras y la estadística se calcula de las muestras de modo que una pueda hacer inferencias de la muestra a la población. Este proceso de recoger la información de una muestra se conoce como **muestreo**. Por ejemplo, queremos conocer la opinión de los habitantes de una ciudad de 200.000 personas junto a la que se va a instalar un depósito de residuos tóxicos. Los ciudadanos mayores de 18 años de dicha localidad conformarían la población objeto de análisis. Como sería costoso en tiempo y recursos el preguntar a cada ciudadano, cuyo número puede ascender a muchas decenas de miles de personas, lo que se hace es seleccionar una muestra de unas decenas o unos cientos de personas de esa población y realizar la encuesta a sus componentes.

## VARIABLES CUANTITATIVAS Y CUALITATIVAS

- 1. Variables cuantitativas:** son aquellas cuyas categorías pueden expresarse numéricamente. La naturaleza numérica de las variables cuantitativas permite un tratamiento estadístico más elaborado debido a las operaciones matemáticas que permiten. Por ello facilitan una descripción más precisa y detallada de la variable. Las variables cuantitativas, propiamente dichas, son de intervalo y de razón (o de cociente).
- 2. Variables de intervalo:** incluyen la noción de orden y admiten las operaciones de suma y resta. Aquí se pueden establecer relaciones de igualdad y desigualdad, de orden y de igualdad de intervalos. Esto supone que hay una unidad de medida constante y uniforme a lo largo de todos los valores posibles de esta variable. En una escala intervalo el valor cero es un valor obtenido por consenso, es decir, arbitrario y no tiene un significado de ausencia del atributo.
- 3. Variables de razón:** son aquellas que admiten cualquier tipo de operaciones matemáticas. Además de todas las propiedades de las escalas precedentes, tienen un cero absoluto que significa ausencia total de la característica medida. Aquí el cero es auténtico, sólo la unidad de medida es arbitraria. Se puede aplicar sobre ella todo tipo de tratamiento estadístico. Las variables cuantitativas pueden ser (según los valores que pueda tomar la variable), discretas o continuas. Discretas son aquellas cuyas categorías sólo pueden tomar valores enteros. Continuas son aquellas cuyas categorías pueden fraccionarse según cualquier criterio.
- 4. Variables cualitativas:** aquellas que no aparecen en forma numérica, sino como categorías o atributos (sexo, profesión, color de ojos) y sólo pueden ser nominales u ordinales.
- 5. Variables nominales:** lo único que puede hacerse es establecer frecuencias en cada atributo y la igualdad o desigualdad entre los diferentes casos, ver cuál es el grupo que tiene mayor frecuencia alcanzando el concepto de "moda" (y también obtener algunas medidas de asociación cuando se relacionan variables entre sí).
- 6. Variables ordinales:** recogen la idea de orden, pero no tiene sentido realizar operaciones aritméticas con ellas (acuerdo o desacuerdo con un proyecto de ley) ya que no puede medirse distancia entre una categoría y otra. Se puede establecer aquí igualdad y desigualdad, y relaciones como mayor que, y menor que. Puede

establecerse orden, pero no medirse distancia dentro de ese orden. La medida estadística de tendencia central más apropiada para estas escalas es la "mediana".

### MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las medidas de tendencia central son la media, la mediana y la moda.

La **media** es la suma de los valores de los elementos dividida por la cantidad de éstos. Es conocida también como promedio, o media aritmética.

Fórmula de la media:

$$\text{Media Poblacional} = \mu = \frac{\sum X}{N}$$

$\Sigma$  = sumatoria.

$\mu$  = media.

N = número de elementos.

X = valores o datos.

Esta fórmula se lee: "mu es igual a la sumatoria de x dividido entre N"

$$\text{Media Muestral: } \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

**Ejemplo:** calcule la media de los siguientes números:

10 , 11 , 12 , 12 , 13

- 1) Sumar las cantidades < 10 + 11 + 12 + 12 + 13 = 58 >
- 2) Dividir la suma por la cantidad de elementos < 58/5 >
- 3) El resultado es la media < 11.6 >

Por lo tanto, la media de los 5 números es 11.6. Note que la media resulta un número que está entre el rango de elementos; en este caso, 11.6 está entre 10, 11, 12 y 13.

La **mediana** es el valor del elemento intermedio cuando todos los elementos se ordenan.

Fórmula de la mediana:

$$\text{Mediana} = X_{[n/2 + 1/2]} \quad \text{La parte de } [n/2 + 1/2] \text{ representa la posición.}$$

Donde X es la posición de los números y n es el número de elementos.

**Ejemplo 1:** buscar la mediana de los siguientes números:

2 4 1 3 5 6 3

Primero, hay que ordenarlos:

1 2 3 3 4 5 6

$X_1$   $X_2$   $X_3$   $X_4$   $X_5$   $X_6$   $X_7$  (Las posiciones de los números)

$$\text{Mediana} = X_{[7/2 + 1/2]}$$

$X_{[3.5 + .5]}$  < Se cambió el  $1/2$  a  $.5$  >

$X_4$  < La mediana está en la posición 4 >

Por lo tanto, la mediana es **3**.

**Ejemplo 2:** buscar la mediana del ejemplo anterior de la media.

Números del ejemplo anterior: 10, 12, 13, 12, 11

**1) Hay que ordenarlos, en este caso de forma ascendente; aunque también puede ser descendente.**

10, 11, 12, 12, 13

**2) Buscar el elemento intermedio.**

10, 11, **12**, 12, 13

El elemento del medio es 12.

Por lo tanto, la mediana es 12.

**Nota:** si el número de elementos es impar, la mediana es el número del elemento intermedio. Si el número de elementos es par, se hace el cómputo mostrado en el ejemplo siguiente:

Buscar la mediana de:

15, 13, 11, 14, 16, 10, 12, 18

Como el número de elementos es par, hay que utilizar los dos números intermedios.

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18 (ordenados)

13 y 14

Ahora, para buscar la mediana:

- |                                       |                  |
|---------------------------------------|------------------|
| <b>1)</b> Sumar ambos números.        | $<13 + 14 = 27>$ |
| <b>2)</b> Dividirlo entre 2.          | $<27/2 = 13.5>$  |
| <b>3)</b> El resultado es la mediana. | $<13.5>$         |

La **moda** es el valor que se presenta el mayor número de veces.

**Ejemplo 1:** buscar la moda de:

5 12 9 5 8 7 1

Como la moda es el número que más se repite, la moda es 5.

**Ejemplo 2:** buscar la moda de:

14 16 18 16 15 12 14 14 16 18 20 16 16

El 14 se repite 3 veces.

El 18 se repite 2 veces.

El 16 se repite 5 veces.

Por lo tanto, la moda es 16.

**Ejemplo 3:** buscar la moda de:

23 35 45 33 47 31 29 22

Como ningún número se repite, no tiene moda.

## DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

La distribución de frecuencias o tabla de frecuencias es una ordenación en forma de tabla de los datos estadísticos, asignando a cada dato su frecuencia correspondiente.

## TIPOS DE FRECUENCIAS

**Frecuencia absoluta:** la frecuencia absoluta es el número de veces que aparece un determinado valor en un estudio estadístico.

Se representa por  $f_i$ .

La **suma de las frecuencias absolutas** es igual al número total de datos, que se  $f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n = N$  representa por **N**.

Para indicar resumidamente estas sumas se utiliza la letra griega  $\Sigma$  (sigma mayúscula) que se lee suma o sumatoria.

$$\sum_{i=1}^n f_i = N$$

**Frecuencia relativa:** la frecuencia relativa es el cociente entre la frecuencia absoluta de un determinado valor y el número total de datos.

Se puede expresar en tantos por ciento y se representa por  $n_i$ .  $n_i = \frac{f_i}{N}$

La suma de las frecuencias relativas es igual a 1.

**Frecuencia acumulada:** la frecuencia acumulada es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado.

Se representa por  $F_i$ .

**Frecuencia relativa acumulada:** la frecuencia relativa acumulada es el cociente entre la frecuencia acumulada de un determinado valor y el número total de datos. Se puede expresar en tantos por ciento.

**Ejemplo:** durante el mes de julio, en una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas máximas: 32, 31, 28, 29, 33, 32, 31, 30, 31, 31, 27, 28, 29, 30, 32, 31, 31, 30, 30, 29, 29, 30, 30, 31, 30, 31, 34, 33, 33, 29, 29.

En la primera columna de la tabla colocamos la variable ordenada de menor a mayor, en la segunda hacemos el recuento y en la tercera anotamos la frecuencia absoluta.

$x_i$	Recuento	$f_i$	$F_i$	$n_i$	$N_i$
27	I	1	1	0.032	0.032
28	II	2	3	0.065	0.097
29	HHH I	6	9	0.194	0.290
30	HHH II	7	16	0.226	0.516
31	HHH III	8	24	0.258	0.774
32	III	3	27	0.097	0.871
33	III	3	30	0.097	0.968
34	I	1	31	0.032	1
		31		1	

Este tipo de tablas de frecuencias se utiliza con variables discretas.

**Distribución de frecuencias agrupadas:** la distribución de frecuencias agrupadas o tabla con datos agrupados se emplea si las variables toman un número grande de valores o la variable es continua. Se agrupan los valores en intervalos que tengan la misma amplitud denominados clases. A cada clase se le asigna su frecuencia correspondiente.

**Límites de la clase:** cada clase está delimitada por el límite inferior de la clase y el límite superior de la clase.

**Amplitud de la clase:** la amplitud de la clase es la diferencia entre el límite superior e inferior de la clase.

**Marca de clase:** la marca de clase es el punto medio de cada intervalo y es el valor que representa a todo el intervalo para el cálculo de algunos parámetros. Construcción de una tabla de datos agrupados.

3, 15, 24, 28, 33, 35, 38, 42, 43, 38, 36, 34, 29, 25, 17, 7, 34, 36, 39, 44, 31, 26, 20, 11, 13, 22, 27, 47, 39, 37, 34, 32, 35, 28, 38, 41, 48, 15, 32, 13.

**1º** Se localizan los valores menor y mayor de la distribución.

En este caso son 3 y 48.

**2º** Se restan y se busca un número entero un poco mayor que la diferencia y que sea divisible por el número de intervalos queramos establecer.

Es conveniente que el número de intervalos oscile entre 6 y 15.

En este caso,  $48 - 3 = 45$ , incrementamos el número hasta  $50 / 5 = 10$  intervalos.

Se forman los intervalos teniendo presente que el límite inferior de una clase pertenece al intervalo, pero el límite superior no pertenece intervalo, se cuenta en el siguiente intervalo.

	$c_i$	$f_i$	$F_i$	$n_i$	$N_i$
<b>[0, 5)</b>	2.5	1	1	0.025	0.025
<b>[5, 10)</b>	7.5	1	2	0.025	0.050
<b>[10, 15)</b>	12.5	3	5	0.075	0.125
<b>[15, 20)</b>	17.5	3	8	0.075	0.200
<b>[20, 25)</b>	22.5	3	11	0.075	0.2775
<b>[25, 30)</b>	27.5	6	17	0.150	0.425
<b>[30, 35)</b>	32.5	7	24	0.175	0.600
<b>[35, 40)</b>	37.5	10	34	0.250	0.850
<b>[40, 45)</b>	42.5	4	38	0.100	0.950
<b>[45, 50)</b>	47.5	2	40	0.050	1
		<b>40</b>		<b>1</b>	

### DIAGRAMA DE BARRAS

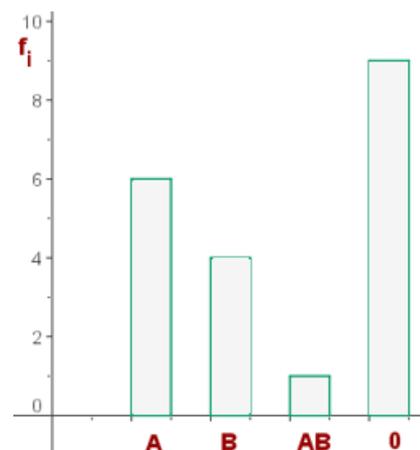
Un diagrama de barras se utiliza para de presentar datos cualitativos o datos cuantitativos de tipo discreto.

Se representan sobre unos ejes de coordenadas, en el eje de abscisas se colocan los valores de la variable, y sobre el eje de ordenadas **las** frecuencias absolutas o relativas o acumuladas.

Los datos se representan mediante barras de una altura proporcional a la frecuencia.

**Ejemplo:** un estudio hecho al conjunto de los 20 alumnos de una clase para determinar su grupo sanguíneo ha dado el siguiente resultado:

Grupo sanguíneo	$f_i$
<b>A</b>	6
<b>B</b>	4
<b>AB</b>	1
<b>0</b>	9
	<b>20</b>

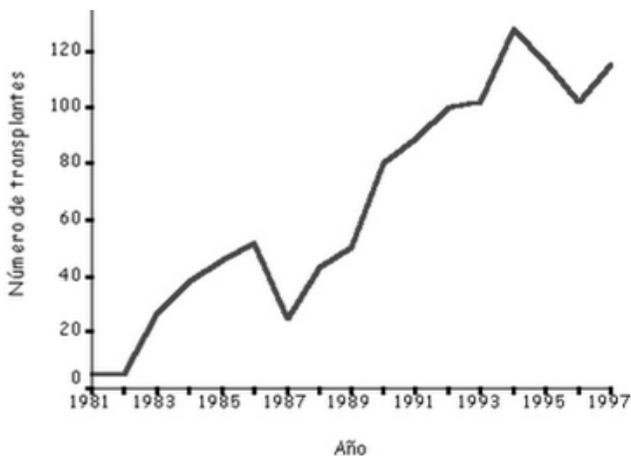
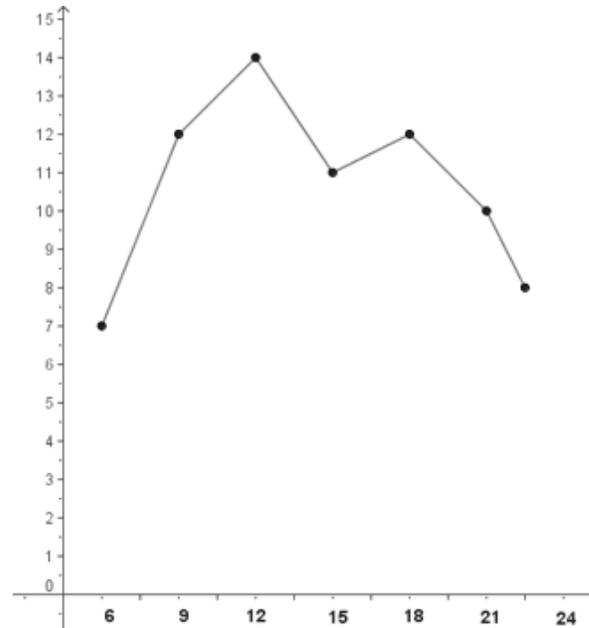


## POLÍGONO DE FRECUENCIA

Un **polígono de frecuencias** se forma uniendo los extremos de las barras mediante segmentos. También se puede realizar trazando los puntos que representan las frecuencias y uniéndolos mediante segmentos.

**Ejemplo:** las temperaturas en un día de otoño de una ciudad han sufrido las siguientes variaciones:

Hora	Temperatura
6	7°
9	12°
12	14°
15	11°
18	12°
21	10°
24	8°



**Gráfico de línea:** demuestra la relación entre dos eventos. Una variable se marca en el eje horizontal y la otra en el eje vertical.

**EJERCICIO 02:** desarrolla y resuelve lo que se te pide en cada uno de los incisos.

### A. Indica que variables son cualitativas y cuales cuantitativas:

1. Comida Favorita.
2. Profesión que te gusta.
3. Número de goles marcados por tu equipo favorito en la última temporada.
4. Número de alumnos de tu Instituto.
5. El color de los ojos de tus compañeros de clase.

### B. De las siguientes variables indica cuáles son discretas y cuales continuas.

1. Número de acciones vendidas cada día en la Bolsa.
2. Temperaturas registradas cada hora en un observatorio.
3. Período de duración de un automóvil.

4. El diámetro de las ruedas de varios coches.
5. Número de hijos de 50 familias.

**C. Clasificar las siguientes variables en cualitativas y cuantitativas discretas o continuas.**

1. La nacionalidad de una persona.
2. Número de litros de agua contenidos en un depósito.
3. Número de libros en un estante de librería.
4. Suma de puntos tenidos en el lanzamiento de un par de dados.
5. La profesión de una persona.

**D. Realizar con los siguientes problemas lo que se le pide únicamente en cada inciso.**

- 1) Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una prueba han sido:

15, 20, 15, 18, 22, 13, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13.

- Construir la tabla de distribución de frecuencias y dibuja el polígono de frecuencias.

- 2) El número de estrellas de los hoteles de una ciudad viene dado por la siguiente serie:

3, 3, 4, 3, 4, 3, 1, 3, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 1.

- Construir la tabla de distribución de frecuencias y dibuja el diagrama de barras.

- 3) Las calificaciones de 50 alumnos en Matemáticas han sido las siguientes:

5, 2, 4, 9, 7, 4, 5, 6, 5, 7, 7, 5, 5, 2, 10, 5, 6, 5, 4, 5, 8, 8, 4, 0, 8, 4, 8, 6, 6, 3, 6, 7, 6, 6, 7, 6, 7, 3, 5, 6, 9, 6, 1, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 7.

- Construir la tabla de distribución de frecuencias y dibuja el diagrama de barras.

- 4) Sea una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

$x_i$	61	64	67	70	73
$f_i$	5	18	42	27	8

Calcular:

La moda, mediana y media.

- 5) Calcular la **media**, la **mediana** y la **moda** de las siguientes series de números:

- 5.1) 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4.
- 5.2) 10, 22, 15, 17, 22, 14, 31, 30, 10, 11, 12, 14, 12, 15, 17, 22, 20.
- 5.3) 42, 41, 40, 42, 41, 46, 47, 48, 48, 48, 48, 42, 42, 43, 43, 45, 45, 48, 49, 41, 46.
- 5.4) 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 2, 4, 4, 3, 5, 7, 8, 9, 4, 7, 8, 6, 4, 3, 1, 5.
- 5.5) 20, 30, 40, 50, 20, 10, 30, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 60, 10, 20, 30, 40.

**EJERCICIO 03:** desarrolla y resuelve lo que se te pide en cada uno de los incisos.

- a. Responde las siguientes preguntas en tu cuaderno.
- ¿Qué es una muestra?
  - ¿Qué es la población y como puede medirse?
  - ¿Cómo pueden ser los elementos que integran una muestra?
  - ¿Cómo se pueden obtener las muestras probabilísticas?
  - ¿Cuáles son las características de una muestra?

- b.** En los ejemplos siguiente, determina la población, la muestra, la unidad de observación y la medición cuantitativa o cualitativa:
- En una compañía farmacéutica, el encargado de calidad examina aleatoriamente 26 frascos de una medicina, sobre un total de 400 productos elaborados de la misma medicina.
    - La población es: \_\_\_\_\_
    - La muestra es: \_\_\_\_\_
    - La unidad de observación es: \_\_\_\_\_
    - La medición empleada es: \_\_\_\_\_
  - En una finca hay 8000 vacas y se desea conocer el número promedio de litros de leche que se obtienen por vaca y por día:
    - La población es: \_\_\_\_\_
    - La unidad de observación es: \_\_\_\_\_
    - La medición empleada es: \_\_\_\_\_
  - Supongamos que en el próximo censo de Guatemala se pregunta la edad a todos los habitantes del país y que a uno de cada 100 habitantes se le pide informes sobre su educación. En el análisis de las edades obtenidas.
    - La población es: \_\_\_\_\_
    - La muestra es: \_\_\_\_\_
    - La unidad de observación es: \_\_\_\_\_

Los métodos de muestreo son:

- Muestre probabilístico, aleatorio o al azar:
  - Muestreo aleatorio simple: este método permite que todos los elementos que constituyen la población tengan la misma posibilidad de ser incluidos en la muestra. Pueden elegirse por sorteo o utilizando tablas de números aleatorios. Cuando se utiliza una tabla de números aleatorios nos deben proporcionar una tabla de números e indicarnos cuantos números debemos seleccionar (n), así mismo nos deberán indicar en que fila o columna debemos de seleccionar.

Ejemplo: elija una muestra aleatoria simple de tamaño  $n=10$  de esta población. Use la tabla de números aleatorios adjunta, empiece en la fila 2 columna 1 y continúe seleccionando hacia la derecha. La población es de 40 personas. Se deberá elegir cada dos dígitos.

- Muestreo aleatorio estratificado: en este método la población es estratificada, o sea, se forman grupos o estratos, de tal forma que el elemento tendrá una característica que sólo permitirá pertenecer al mismo. Se utiliza cuando la población es heterogénea.

Ejemplo: en un grupo donde hay varios gatos con su dueño y perros con su dueño, se separa en una fila los gatos y en otra a los perros, posteriormente haremos el mismo procedimiento de seleccionar en una tabla de números aleatorios según indicaciones del investigador y finalmente elegiremos de la base de datos organizada por estratos.

Gato – Carlos Ruiz, Perro – Andrea Pérez, Perro – Luis Gutiérrez, Perro – Andrés Díaz, Gato – Lorena Mansilla, Gato – Miriam Quiñonez, Gato –Carmen López.

Gatos	Perros
Carlos Ruiz	Andrea Pérez
Lorena Mansilla	Luis Gutiérrez
Miriam Quiñonez	Andrés Díaz
Carmen López	

- Muestreo sistemático: este método lo utilizan los contadores para revisar sumas, cuentas, etc. Y consistente en determinar primero un intervalo igual al mayor obtenido al dividir el tamaño de la población por el de la muestra, luego aleatoriamente se toma una observación.

Ejemplo: si entre el 1 y el 10 seleccionamos la observación 5 y como el intervalo es 10, la segunda observación será 15, luego 25 y así consecutivamente.

- Muestreo no probabilístico: en este método se toma la muestra de cualquier tamaño y los elementos se seleccionan de acuerdo con la opinión o juicio que tenga el investigador.

**EJERCICIO 04:** desarrolla y resuelve lo que se te pide en cada uno de los incisos.

Suponga que estamos investigando sobre el porcentaje de alumnos que trabajan de una población de 20 alumnos de la Universidad de Talca.

Base de datos de la población:

Nombre Alumno	¿Trabaja?
Juan	SI
Alicia	NO
Pedro	NO
Marcos	NO
Alberto	SI
Jorge	SI
José	NO
Carlos	NO
Miguel	NO
Victoria	SI

Nombre Alumno	¿Trabaja?
María	NO
Fernanda	NO
Julio	SI
Rosa	NO
Fabián	NO
Ana	NO
Laura	NO
Enrique	NO
Carmen	SI
Marcelo	SI

- Elija una muestra aleatoria simple de tamaño  $n=4$  de esta población. Use la tabla de números aleatorios adjunta, empiece en la fila 1 columna 1 y continúe seleccionando hacia la derecha. Indique los pasos para elegir la muestra. Deberá elegir números de dos dígitos que no se repitan y después indicar a que número corresponde con la base de datos de la población.

Tabla de números aleatorios:

columna fila	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	14194	62590	36207
2	22368	46573	25595	85393	30995	89198	37982	53402	93965	34095
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809	15179	24830	49340	32081
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53537	71341	57004
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782	60468	81305	49684	60672

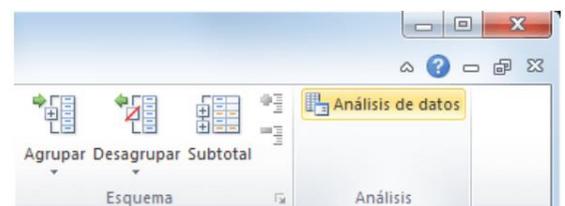
- Elija una muestra estratificada de tamaño  $n=2$  de esta población. Use la tabla de números aleatorios, en cada alternativa empiece en la fila 3 columna 1 y continúe seleccionando hacia la derecha. Indique los pasos para elegir la muestra. Buscando números del 1 al 12 del grupo de hombres, avanzando con dígitos de dos. Por ejemplo: 24 sería el primer número, pero no aplicaría ya que no está entre 1 y 12.
- De la tabla de alumnos seleccionaremos la muestra de manera sistemática con intervalo de 4 y se seleccionara el tercer número. Indica que alumnos estarían seleccionados.

## ESTADÍSTICA EN EXCEL

Existe una herramienta en Excel conocida como **Estadística descriptiva** que es muy útil para generar un resumen de datos estadísticos de nuestros datos de una manera rápida y sencilla. Para utilizar esta herramienta debes tener habilitadas las Herramientas de análisis de datos.

### HABILITAR LAS HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS DE DATOS

Es importante verificar que tenemos habilitadas las *Herramientas de análisis de datos* y para ello debes ir a la ficha Datos y validar que tienes un grupo llamado Análisis y dentro un botón etiquetado como *Análisis de datos*.



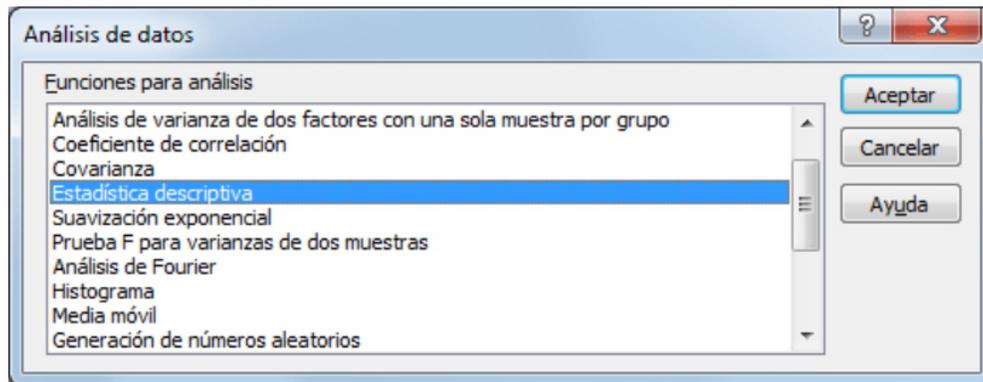
## UTILIZANDO LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA EN EXCEL

En el siguiente ejemplo podrás observar una lista de nombres y edades de las cuales necesitamos obtener un resumen de datos estadísticos.

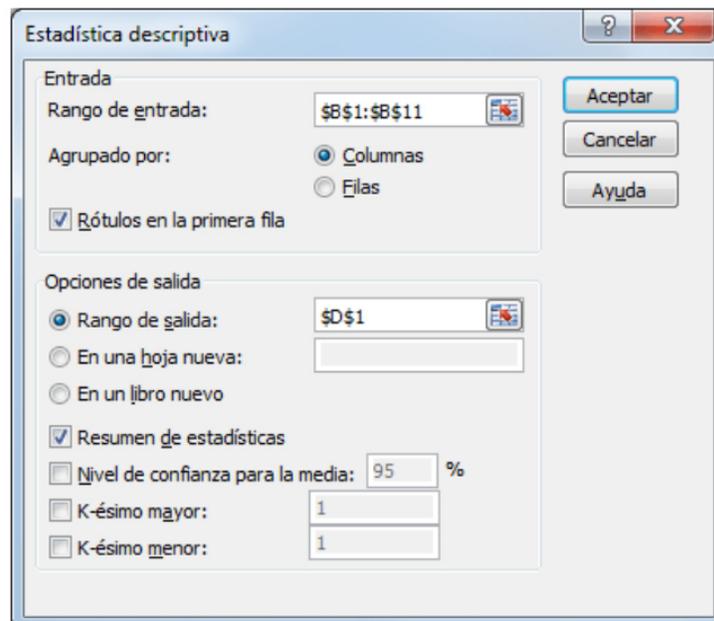
	A	B	C
1	Nombre	Edad	
2	Alejandra	35	
3	Bruno	26	
4	Cintia	21	
5	Daniel	25	
6	Elena	27	
7	Fabiola	32	
8	Gustavo	36	
9	Hilda	33	
10	Ignacio	36	
11	Javier	22	
12			

Aunque podríamos utilizar fórmulas de Excel para obtener información como el valor máximo, el mínimo, la media, la suma, etc., podremos obtener toda esa información con solo utilizar la herramienta **Estadística descriptiva**.

El primer paso es pulsar el botón *Análisis de datos* de la ficha Datos y seleccionar la opción **Estadística descriptiva**.



Al pulsar el botón Aceptar se mostrará un nuevo cuadro de diálogo que nos permitirá hacer las configuraciones necesarias para obtener los datos estadísticos de nuestra información.



Las opciones dentro de este cuadro de diálogo a las que debes prestar especial atención son las siguientes:

- **Rango de entrada:** la columna que contiene los datos numéricos de los cuales se obtendrán los datos estadísticos.
- **Agrupado por:** indica la orientación del rango de entrada. Para el ejemplo los datos están en una columna.
- **Rótulos en la primera columna:** si dentro del rango de entrada está incluida la celda que contiene el título de la columna, entonces debes marcar esta caja de selección.
- **Opciones de salida:** podrás elegir tres posibles opciones de salida: elegir un rango dentro de la misma hoja donde se colocarán los resultados, o elegir que los resultados se coloquen en una hoja nueva o en un libro nuevo.
- **Resumen de estadísticas:** es necesario que esta opción esté seleccionada para obtener los datos estadísticos que necesitamos.

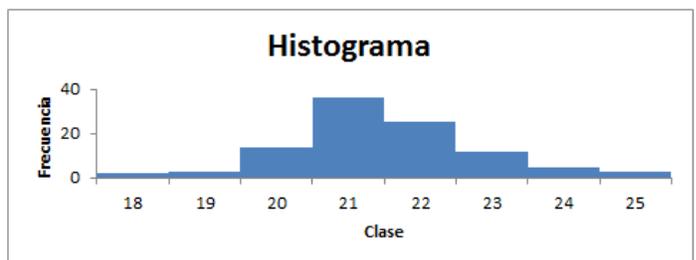
Una vez que has hecho las configuraciones necesarias en el cuadro de diálogo Estadística descriptiva pulsa el botón Aceptar para ver los resultados (imagen).

Así de fácil podemos obtener un resumen de datos estadísticos sin necesidad de utilizar funciones de Excel para calcular cada uno de los valores. Como puedes observar, con unos cuantos clics obtenemos la media, mediana, moda, desviación estándar, varianza, mínimo, máximo, etc.

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre	Edad		Edad		
2	Alejandra	35				
3	Bruno	26		Media	29.3	
4	Cintia	21		Error típico	1.826046123	
5	Daniel	25		Mediana	29.5	
6	Elena	27		Moda	36	
7	Fabiola	32		Desviación estándar	5.774464862	
8	Gustavo	36		Varianza de la muestra	33.34444444	
9	Hilda	33		Curtosis	-1.708799182	
10	Ignacio	36		Coficiente de asimetría	-0.166886248	
11	Javier	22		Rango	15	
12				Mínimo	21	
13				Máximo	36	
14				Suma	293	
15				Cuenta	10	
16						

## CÓMO HACER UN HISTOGRAMA EN EXCEL

Un histograma es una representación gráfica de una variable en forma de barras donde el tamaño de cada barra es proporcional a la frecuencia del valor que está representando. El eje horizontal del histograma tiene los valores de las variables y el eje vertical las frecuencias.



## CREAR UN HISTOGRAMA EN EXCEL

Para este ejemplo supondremos que hemos recolectado las edades de un grupo de personas que han respondido a una encuesta. En total tengo un listado de 100 personas con sus respectivas edades:

	A	B	C
1	Nombre	Edad	
2	Persona 1	18	
3	Persona 2	24	
4	Persona 3	25	
5	Persona 4	21	
6	Persona 5	25	
7	Persona 6	18	
8	Persona 7	22	
9	Persona 8	19	
10	Persona 9	21	
11	Persona 10	20	
12	Persona 11	21	

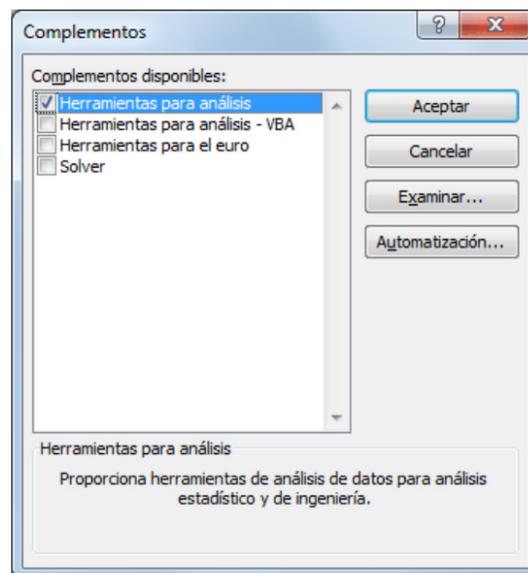
Para poder crear el **histograma en Excel** es necesario agrupar los datos por clases. Por clases nos referimos a las diferentes «categorías» en las que se clasificarán los datos que en nuestro ejemplo son las edades 18, 19, 20, etc. El objetivo del histograma es representar gráficamente cuántos elementos pertenecen a cada una de dichas clases.

Si no conoces las clases de los datos de entrada, puedes hacer una copia del rango de datos y utilizar el comando Quitar duplicados para obtener una lista de valores únicos. En este caso yo conozco de antemano que el rango de edades recolectadas en la encuesta está entre 18 y 25 así que lo ingresaré manualmente en la columna C:

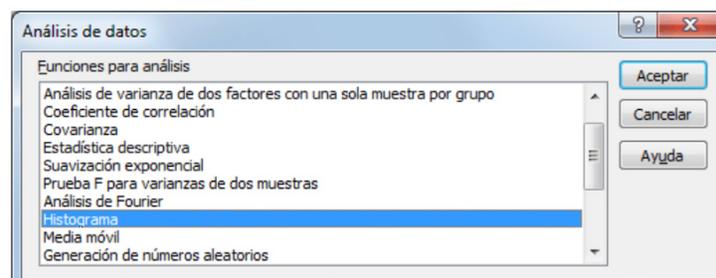
	A	B	C	D
1	Nombre	Edad	Rango	
2	Persona 1	18	18	
3	Persona 2	24	19	
4	Persona 3	25	20	
5	Persona 4	21	21	
6	Persona 5	25	22	
7	Persona 6	18	23	
8	Persona 7	22	24	
9	Persona 8	19	25	
10	Persona 9	21		

## HERRAMIENTA HISTOGRAMA EN EXCEL

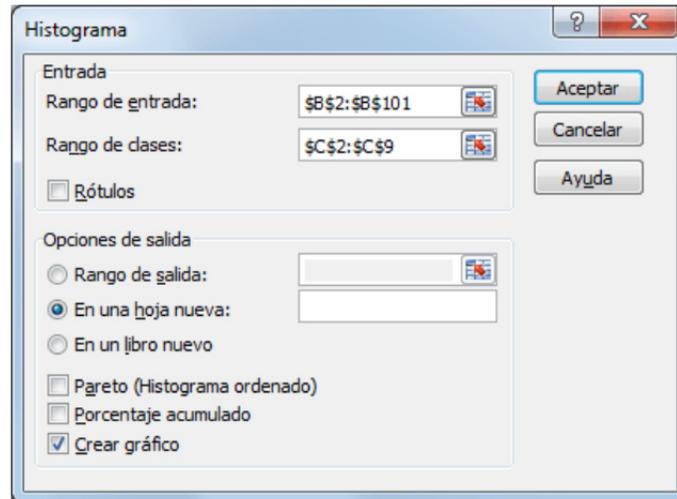
Para poder clasificar los datos para el **histograma en Excel** debo empezar por activar las *Herramientas para análisis* que son un complemento de Excel. Debemos ir a la ficha Archivo > Opciones > Complementos > Complementos de Excel.



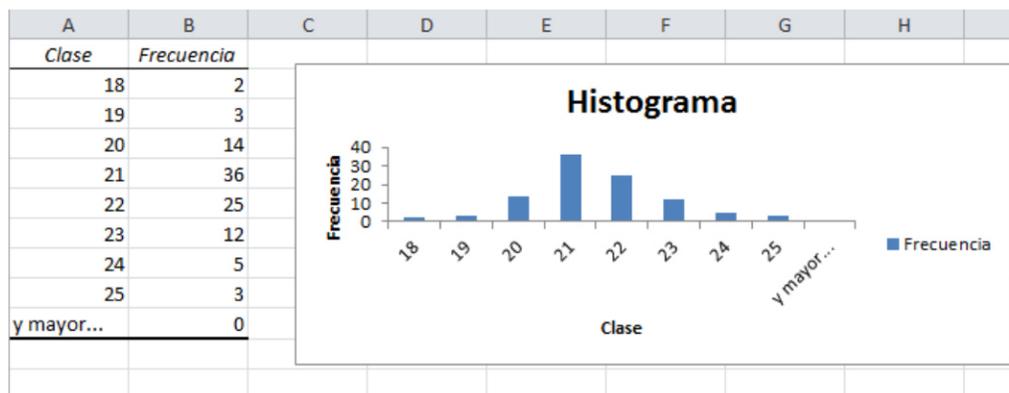
Después de activar las *Herramientas para análisis* debemos ir a la ficha Datos y dentro del grupo Análisis, hacer clic sobre el comando *Análisis de datos* para obtener el siguiente cuadro de diálogo:



Selecciona la opción Histograma la cual nos permitirá especificar los argumentos necesarios para poder clasificar nuestros datos.

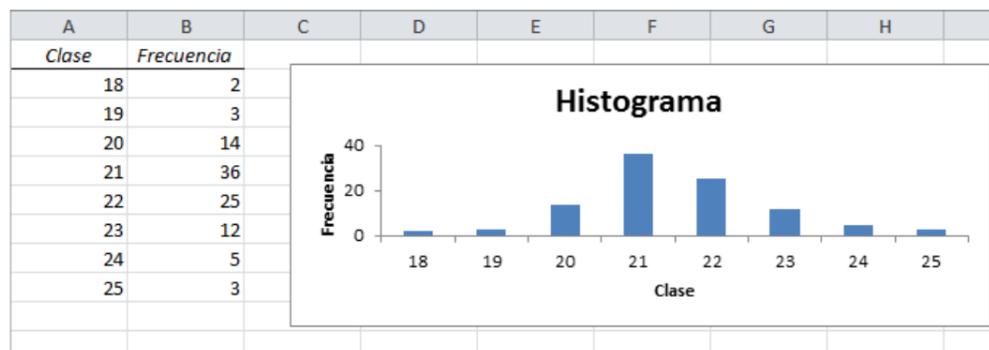


Como *Rango de entrada* especificaré el rango que contiene las edades (sin incluir el título de la columna) y en el cuadro *Rango de clases* colocaré el rango de celdas con las clases previamente creadas. Me aseguro de seleccionar la opción *En una hoja nueva* y de marcar la opción *Crear gráfico*. Al pulsar el botón *Aceptar* se creará una nueva hoja con el histograma.

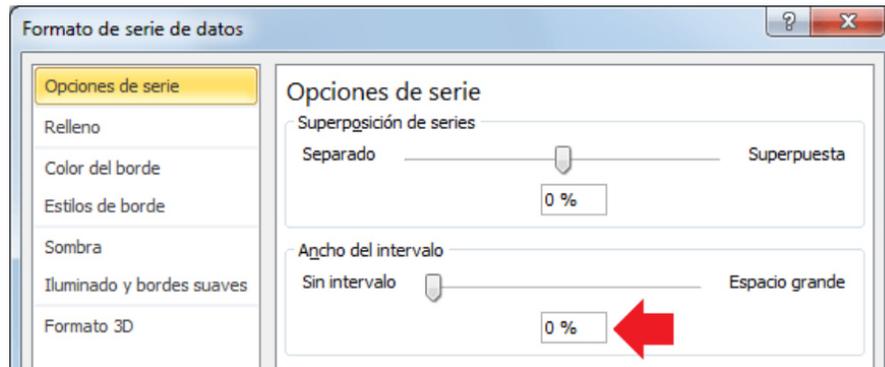


### DAR FORMATO AL HISTOGRAMA EN EXCEL

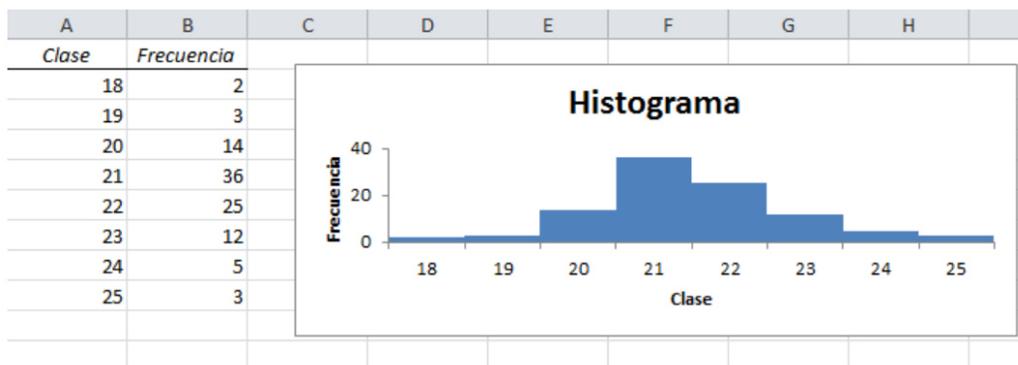
Para mejorar un poco la apariencia del gráfico de **Histograma** recién creado aplicaré algunas acciones adicionales. Primero eliminaré de la tabla de datos la opción "y mayor..." de manera que dicha opción no aparezca en el gráfico y en segundo lugar eliminaré la leyenda del gráfico.



Finalmente removeré los espacios entre las columnas del gráfico. Para ello puedes hacer clic derecho sobre alguna de las columnas y seleccionar la opción *Dar formato a serie de datos* y en la sección de *Opciones de serie* colocar el *Ancho del intervalo* en 0%.



Después de aplicar este último ajuste tendremos un **histograma en Excel** como el mostrado al inicio del tema.



**EJERCICIO 05.** Estudiando el número de hijos de 30 familias elegidas al azar en una ciudad se han obtenido los siguientes datos: 1, 2, 3, 5, 6, 0, 7, 8, 4, 1, 3, 4, 5, 2, 6, 5, 2, 3, 4, 6, 2, 3, 4, 6, 4, 3, 6, 6, 3, 3

Representar el diagrama de sectores y el polígono de frecuencias.

## INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

Es un proceso que, mediante la aplicación del método científico de investigación, procura obtener información relevante y fidedigna (digna de fe y crédito), para entender, verificar, corregir o aplicar el conocimiento.

Para obtener algún resultado de manera clara y precisa es necesario aplicar algún tipo de investigación, la cual está muy ligada a los seres humanos, ésta posee una serie de pasos para lograr el objetivo planteado o para llegar a la información solicitada, tiene como base el método científico y este es el método de estudio sistemático de la naturaleza que incluye las técnicas de observación, reglas para el razonamiento y la predicción, ideas sobre la experimentación planificada y los modos de comunicar los resultados experimentales y teóricos.

Para hacer una investigación se pueden considerar tres etapas: Planteamiento, recolección y análisis.

- **Planeamiento:** es la etapa en que se plantea ¿qué, por qué y con qué lo vamos a hacer?, los aspectos que debemos considerar en esta etapa son:
  - **Objeto de la investigación:** se identifica el fin que se propone, formula el problema donde se determina objetivos generales y específicos. Se debe responder preguntas tales como ¿Qué se va a investigar?, ¿Cómo se va a realizar la investigación?, ¿Cuándo se va a realizar?, entre otras.
  - **Unidad de investigación:** es a quien va dirigida la investigación, la cual puede ser una persona, una familia, una población, entre otras.

- Método de observación: Se debe determinar el método a utilizar, o sea si se va investigar una población o una parte de ella. Aquí estudiaremos el método del muestreo.
- Recolección de datos: es la obtención de información, esta debe ser lo más significativa posible, los medios para obtener la información son: Personal (cuestionario, encuesta y censo) y por correo (electrónico o físico).
- Análisis: la información obtenida debe ser depurada, clasificada, resumida y analizada, aplicando las técnicas estadísticas adecuadas.

La fase final de la investigación es la publicación del estudio que puede tener:

- ✓ Introducción.
- ✓ El planteamiento del problema.
- ✓ Objetivo de la investigación.
- ✓ Hipótesis de lo que se quiere probar.
- ✓ Definir el diseño y tamaño de la muestra.
- ✓ Marco teórico (breve investigación).
- ✓ Cuestionario por utilizar.
- ✓ Descripción de los resultados con cuadros.
- ✓ Apéndice.

### PROYECTO:

Forma grupos de tres o cuatro personas, selecciona un tema de interés, selecciona la muestra de manera sistemática donde la población son todos los alumnos de primero básico del colegio Shalom, según el tema deberá elegir si su muestra será con hombres o mujeres. Realiza un cuestionario de 10 preguntas que le deberán pasar a su muestra.

La información obtenida deberá presentarse en tablas y se deberá realizar un análisis de cada tabla y finalmente presentar una conclusión de la investigación por cada uno de los integrantes del grupo. Dentro del proyecto deberá incluirse una pequeña investigación y deberá incluirse la bibliografía en el apéndice.

**Nota:** para sacar la muestra la maestra del grado deberá proporcionarles un listado de los alumnos de grado y así ustedes puedan organizar según el interés de la investigación.

**Realizar este proyecto queda a discreción de tu catedrático(a).**

### CONVERSIÓN DE UNIDADES

En la actualidad existen gran cantidad de unidades para medir cada magnitud física. Esto es debido a que, por un lado, en determinadas regiones se usaban sus propias unidades lo que ha propiciado que existan gran número de ellas, y por otro, en ocasiones es necesario emplear unidades que nos permitan obtener valores más pequeños y con los que nos sea más sencillo trabajar.

En cualquier caso, la comunidad científica recomienda utilizar únicamente las unidades del Sistema Internacional y si nuestras magnitudes no se encuentran en este sistema, por lo general deberemos convertirlas a un valor equivalente. A continuación, se muestran algunas tablas con los valores de conversión de las principales unidades utilizadas:

Longitud	Tiempo	Masa
Área	Volumen	Velocidad
Fuerza	Potencia	Densidad
Energía	Presión	

**Conversión de Unidades de Longitud.**

	Longitud			
	metro (m)	pulgada (")	pie	milla (mi)
1 metro (m)	1	39.37	3.281	$6.214 \cdot 10^{-4}$
1 pulgada (")	$2.54 \cdot 10^{-2}$	1	$8.333 \cdot 10^{-2}$	$1.578 \cdot 10^{-5}$
1 pie	0.3048	12	1	$1.894 \cdot 10^{-4}$
1 fermi	$10^{-15}$	$3.937 \cdot 10^{-16}$	$3.281 \cdot 10^{-15}$	$6.214 \cdot 10^{-19}$
1 radio de Bohr	$5.292 \cdot 10^{-11}$	$2.083 \cdot 10^{-9}$	$1.736 \cdot 10^{-10}$	$3.288 \cdot 10^{-29}$
1 año luz	$9.460 \cdot 10^{15}$	$3.724 \cdot 10^{17}$	$3.104 \cdot 10^{16}$	$5.878 \cdot 10^{12}$
1 parsec	$3.084 \cdot 10^{16}$	$1.214 \cdot 10^{18}$	$1.012 \cdot 10^{17}$	$1.916 \cdot 10^{13}$
1 angstrom	$10^{-10}$	$3.937 \cdot 10^{-11}$	$3.281 \cdot 10^{-10}$	$6.214 \cdot 10^{-14}$
1 yarda	0.9144	36	3	$5.682 \cdot 10^{-4}$
1 braza	19.686	775.038	6	0.012
1 milla náutica	1852	72913.24	6076.412	1.151

**Conversión de Unidades de Tiempo.**

	Tiempo				
	segundo (s)	minutos (min)	horas (h)	días (d)	años(a)
1 segundo	1	$1.667 \cdot 10^{-2}$	$2.778 \cdot 10^{-4}$	$1.157 \cdot 10^{-5}$	$3.169 \cdot 10^{-8}$
1 minuto	60	1	$1.667 \cdot 10^{-2}$	$6.994 \cdot 10^{-4}$	$1.901 \cdot 10^{-6}$
1 hora	3600	60	1	$4.167 \cdot 10^{-2}$	$1.141 \cdot 10^{-4}$
1 día	$8.640 \cdot 10^4$	1440	24	1	$2.738 \cdot 10^{-3}$
1 año	$3.156 \cdot 10^7$	$5.260 \cdot 10^5$	$8.766 \cdot 10^3$	365.2	1

**Conversión de Unidades de Masa.**

Masa					
	kilogramos (kg)	unidad atómica de masa (u)	slug	onza (oz)	libra(lb)
1 kilogramo	1	$6.022 \cdot 10^{26}$	$6.852 \cdot 10^{-2}$	35.27	2.205
1 unidad atómica de masa	$1.661 \cdot 10^{-27}$	1	$1.138 \cdot 10^{-28}$	$5.857 \cdot 10^{-27}$	$3.661 \cdot 10^{-27}$
1 slug	14.59	$8.788 \cdot 10^{27}$	1	514.8	32.17
1 onza	$2.835 \cdot 10^{-2}$	$1.707 \cdot 10^{25}$	$1.943 \cdot 10^{-5}$	1	$6.250 \cdot 10^{-2}$
1 libra	0.4536	$2.732 \cdot 10^{26}$	$3.108 \cdot 10^{-2}$	16	1
1 ton	$9.072 \cdot 10^2$	$5.463 \cdot 10^{29}$	62.16	$3.200 \cdot 10^4$	2000

**Conversión de Unidades de Área.**

Área			
	m <sup>2</sup>	pulg <sup>2</sup>	pie <sup>2</sup>
1 metro cuadrado	1	1550	10.76
1 pulgada cuadrada	$6.452 \cdot 10^{-4}$	1	$6.944 \cdot 10^{-3}$
1 pie cuadrado	$9.290 \cdot 10^{-2}$	144	1
1 barn	$10^{-28}$		
1 hectárea	$10^4$		
1 acre			$4.356 \cdot 10^4$
1 milla cuadrada	$2.788 \cdot 10^7$		

**Conversión de Unidades de Volumen.**

Volumen					
	m <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	l	pulg <sup>3</sup>	pie <sup>3</sup>
1 metro cúbico	1	$10^6$	$10^3$	$6.102 \cdot 10^4$	35.31

1 centímetro cúbico	$10^{-6}$	1	$10^{-3}$	$6.102 \cdot 10^{-2}$	$3.531 \cdot 10^{-5}$
1 litro	$10^{-3}$	$10^3$	1	61.02	$3.531 \cdot 10^{-2}$
1 pulgada cúbica	$1.639 \cdot 10^{-5}$	16.39	$1.639 \cdot 10^{-2}$	1	$5.787 \cdot 10^{-4}$
1 pie cúbico	$2.832 \cdot 10^{-2}$	$2.831 \cdot 10^4$	28.32	1728	1

### Conversión de Unidades de Velocidad.

	Velocidad			
	m/s	km/h	pie/s	mi/h
1 metro por segundo	1	3.600	3.281	2.237
1 kilómetro por hora	0.2778	1	0.9113	0.6214
1 pie por segundo	0.3048	1.097	1	0.6818
1 milla por hora	0.4470	1.609	1.467	1

### Conversión de Unidades de Fuerza.

	Fuerza		
	N	dina	lb
1 Newton	1	$10^5$	0.2248
1 dina	$10^{-5}$	1	$2.248 \cdot 10^{-6}$
1 libra	4.448	$4.448 \cdot 10^5$	1

### Conversión de Unidades de Potencia.

	Potencia				
	vatio (W)	cal/s	hp	pie-lb/s	Btu/s
1 vatio	1	0.2390	$1.341 \cdot 10^{-3}$	0.7376	3.414

1 caloría por segundo	4.184	1	$5.611 \cdot 10^{-3}$	3.086	14.29
1 caballo de vapor	745.7	178.2	178.2	550	2546
1 pie libra por segundo	1.356	0.324	$1.818 \cdot 10^{-3}$	1	4.629
1 unidad térmica británica por segundo	0.2929	$7.000 \cdot 10^{-2}$	$3.928 \cdot 10^{-4}$	0.2160	1

### Conversión de Unidades de Densidad.

	Densidad		
	kg/m <sup>3</sup>	g/cm <sup>3</sup>	lb/pie <sup>3</sup>
1 kilogramo por metro cúbico	1	10 <sup>-3</sup>	$6.243 \cdot 10^{-2}$
1 gramo por metro cúbico	103	1	62.43
1 libra por pie cúbico	16.02	$1.602 \cdot 10^{-2}$	1

### Conversión de Unidades de Energía.

	Energía				
	J	erg	eV	cal	kW-h
1 julio	1	10 <sup>7</sup>	$6.242 \cdot 10^{18}$	0.2390	$2.778 \cdot 10^{-7}$
1 ergio	10 <sup>7</sup>	1	$6.242 \cdot 10^{11}$	$2.390 \cdot 10^{-8}$	$2.778 \cdot 10^{-14}$
1 electrónvoltio	$1.602 \cdot 10^{-19}$	$1.602 \cdot 10^{-12}$	1	$3.829 \cdot 10^{-20}$	$4.450 \cdot 10^{-26}$
1 caloría	4.184	$4.184 \cdot 10^7$	$2.611 \cdot 10^{19}$	1	$1.162 \cdot 10^{-6}$
1 kilovatio-hora	$3.6 \cdot 10^6$	$3.6 \cdot 10^{13}$	$2.247 \cdot 10^{25}$	$8.604 \cdot 10^5$	1

1 pie libra	1.356	$1.356 \cdot 10^7$	$8.462 \cdot 10^{18}$	0.3240	$3.766 \cdot 10^{-7}$
1 caballo vapor-hora	$2.685 \cdot 10^6$	$2.685 \cdot 10^{13}$	$1.676 \cdot 10^{25}$	$6.416 \cdot 10^5$	0.7457
1 unidad térmica británica	1054	$1.054 \cdot 10^{10}$	$6.581 \cdot 10^{21}$	252	$2.929 \cdot 10^{-4}$

### Conversión de Unidades de Presión.

	Presión				
	Pa	dina/cm <sup>2</sup>	atm	mmHg	lb/pulg. <sup>2</sup>
1 pascal	1	10	$9.869 \cdot 10^{-6}$	$7.501 \cdot 10^{-3}$	$1.450 \cdot 10^{-4}$
1 dina por centímetro cuadrado	0.1	1	$9.869 \cdot 10^{-7}$	$7.501 \cdot 10^{-4}$	$1.450 \cdot 10^{-5}$
1 atmósfera	$1.013 \cdot 10^5$	$1.013 \cdot 10^6$	1	760	14.70
1 milímetro de mercurio	133.3	$1.333 \cdot 10^3$	$1.316 \cdot 10^{-3}$	1	$1.934 \cdot 10^{-2}$
1 libra por pulgada cuadrada	6895	$6.895 \cdot 10^4$	0.6805	51.71	1
1 pulgada de agua	249.1	2491	$2.458 \cdot 10^{-3}$	1.868	$3.613 \cdot 10^{-2}$

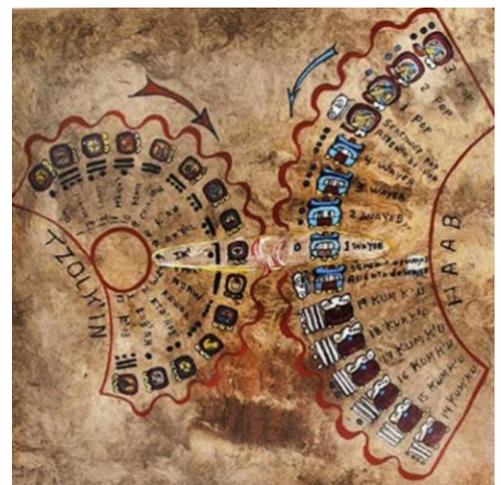
**EJERCICIO 06.** Realiza la prueba que tu catedrático(a) te hará sobre el tema estudiado.

### CALENDARIO MAYA

El calendario sagrado o ritual (*Tzolkin*) de 260 días y el calendario solar (*Haab*) de 365 días, que se combinan entre sí para formar un ciclo de 52 años llamado la Cuenta Larga o Rueda Calendárica. Esta cuenta larga registra los días desde una fecha "era", que los mayas establecieron el día 4 ahaw del mes 8 cumkú, y que en su sistema de notación corresponde a 13.0.0.0.0 que equivale, según la correlación generalmente aceptada, al 13 de agosto del año 3114 antes de Cristo.

En ese día se completó un ciclo de 5,125 años anterior al que estamos viviendo en la actualidad.

La antigua civilización maya que ocupó el territorio de Mesoamérica, entre el que se encuentra la actual Guatemala se interesó mucho por la astronomía y la matemática, lo que dio como resultado varios sistemas de calendario maya que utilizaban para regir sus vidas religiosas y agrícolas, entre otras características.



## CÓMO LOS MAYAS CREARON EL CERO

El **sistema de numeración maya** es considerado como uno bastante completo matemáticamente. Al tratarse de una **civilización** con altos conocimientos de la astronomía y calendarios, tenían necesidad de un símbolo que representara la nada. Por esta razón es que, mucho antes de la colonización, los mayas **crearon el cero** que se adaptó a sus necesidades.

El origen de los números se remonta a 3,500 años antes de Cristo aproximadamente, específicamente en Mesopotamia. Sin embargo, se conoce que fue 400 años a. C. aproximadamente cuando los escribas babilonios concibieron un signo que representaba el vacío, es decir, la ausencia de número.



La práctica de utilizar dicho símbolo se expandió por Europa. Pero los mayas, ubicados en un continente incomunicado a los demás, descubrieron el uso del cero por sus propios medios.

## EL CERO DE LOS MAYAS

Existen teorías acerca de cómo podrían haber sido los olmecas *una civilización anterior a los mayas* quienes inventaron el cero. Pero, desafortunadamente no existe suficiente información para confirmarlo.

Lo cierto es que fueron los astrónomos mayas quienes desarrollaron un sistema de numeración con base 20. Los números eran representados por un conjunto de puntos y trazos.

Aun así, el símbolo del cero ya estaba presente incluso antes de introducir dicho sistema numeral. Algunas estelas de origen maya correspondiendo a los años 30 a.C. poseen representaciones del cero talladas en ellas.

Posteriormente, dicho número era simbolizado como un caracol, concha o posiblemente una mano cerrada.

Datos curiosos:

- Se cree que la razón que motivó a los mayas a utilizar números hace miles de años, fue que ellos tenían varios calendarios.
- Existen creencias de que la Muerte era llamada Cero. Entre celebraciones anuales se organizaba una pelea a muerte entre dos campeones. Uno de ellos actuaba de Cero, quien siempre debía perder. Si no lo hacía, era lanzado por una escalinata para mantener el mundo en armonía.

Los símbolos que los mayas emplearon para representar los números fueron solamente tres: El punto para el 1; la línea horizontal para el 5 y el dibujo de una concha para el cero.

Con la combinación de estos tres símbolos escribieron todos los demás números.

## FORMACIÓN DE NÚMEROS

En el libro de los libros de Chilim Balam, traducido por Alfredo Barrera Vázquez y Silvia Redón, encontramos, aunque traducidas al español, la forma de nombrar algunos números:

“cuatro veintenas más un año.” (pág. 36)

“un año faltando para 5 veintenas” (pág. 37)

“tres veintenas de años... diez veintenas de años... trece veintenas de años” (pág. 38).

“cuatro veintenas de años y diez más” (pág. 39)

“una veintena de años más catorce” (pág. 40).

“dos veintenas de años más tres años” (pág. 41).

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
	•	••	•••	••••
10	11	12	13	14
	•	••	•••	••••
15	16	17	18	19
	•	••	•••	••••

“tres veintenas de años más trece... diez veintenas más cuatro veintenas de años. ...Faltan 6 años para terminarse la cuenta del 13 ahau” (pág. 41).

“tres veintenas hacía que se había despoblado Ichpá (por la peste),” (pág. 42).

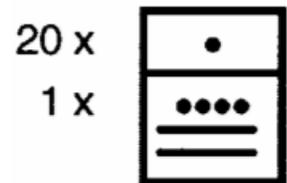
“se alzaré guerra en la Habana con 13 veces 400 barcos” (pág. 79).

Se concluye, que su sistema de numeración fue de base 20, en todas sus posiciones, no como algunos indican que las primeras dos posiciones son de base 20, y la tercera posición de base 18, las siguientes de base 20, los autores concluyen esto, por paralelismo con el sistema de cómputo el tiempo.

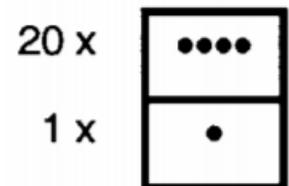
Continuando con la numeración (quedó hasta 19), el siguiente, que representa precisamente la base del sistema, tiene un cero en la primera posición y un uno en la segunda posición. En el sistema decimal, las diferentes posiciones se escriben de izquierda a derecha, por ejemplo 543, primera posición tres, que representa 3 unidades, segunda posición 4, representa 4 decenas y tercera posición 5 que representa cinco centenas, sumando cada cantidad, llegamos al valor total representado.

Las posiciones del sistema de numeración maya se escriben de abajo hacia arriba, veamos como lo relata Guillermo Sedat, en el libro COMPUTO AZTECA: “al hacer la pregunta a un anciano de cómo era que se empezaba a contar, si de arriba hacia abajo, o de abajo hacia arriba, etc. Me contestó sin dilación: “Pues como crecen las plantas” (pág. 33). Además de señalar como se escriben los números, también se nota la estrecha relación de su ciencia, con su medio, la naturaleza y los cuerpos celestes.

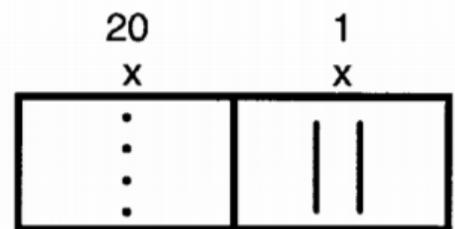
Retomando las citas del “Libro de los libros del Chilam Balam de Chumayel” ahora se escribirán las cantidades que indican, sin necesidad de hacer la conversión al sistema decimal “una veintena de años más catorce” (pag. 40). Haciendo un reticulado tenemos:



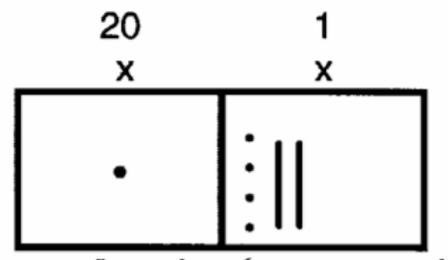
“cuatro veintenas más un año.” (pag. 36) En un reticulado semejante tendríamos:



Los números también se escribían en forma horizontal, de izquierda a derecha, las barras son colocadas horizontalmente y los puntos se colocan a la izquierda de las barras, veamos otro ejemplo del Chilam Balam: “cuatro veintenas de años y diez más” (pag. 39)

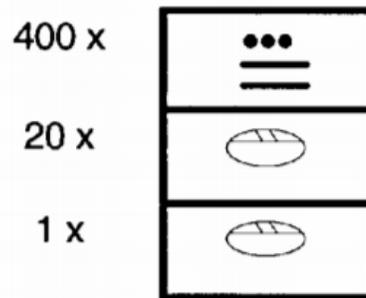


Este otro ejemplo: “una veintena de años más catorce” (pag. 40).

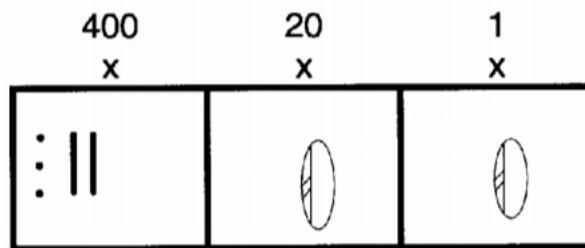


“se alzará guerra en la Habana con 13 veces 400 barcos” (pag. 79).

Verticalmente queda:



Y horizontalmente el mismo número es:



## MEDICIÓN DEL TIEMPO

Para medir el tiempo, los mayas utilizaron las siguientes formas de conteo:

**Primero.** Llevan la cuenta sucesiva de los días transcurridos desde la fecha de inicio de su calendario, (12 de agosto de 3,113, a.c.) La cual es conocida como la cuenta larga y comienza en: cero baktun, cero katun, cero tun, cero uinal, cero kin. Para llevar esta cuenta manejaban los siguientes valores:

Baktun = 144.000 días

Katun = 7.200 días

Tun = 360 días

Uinal = 20 días

Kin = 1 día

En el Popol- Vuh libro maya-quiche se relata la creación del cosmos a partir de la victoria de los gemelos Hunabpu e Ixbalanke sobre los regentes del cielo y del inframundo, pues una vez realizada la hazaña surge Hun-nal-ye ( que es el primigenio dios del maíz) de las profundidades del inframundo y a partir de esto, pueden dedicarse los creadores a la tarea de la última creación: la de los seres humanos y del sol que le imprimirá movimiento y calor al mundo. Esta es una forma metafórica de expresar la domesticación del maíz, lo cual trae como consecuencia el principio de la vida sedentaria y el desarrollo de la cultura. Esta forma de expresión nos demuestra que a cosmogonía maya es esencialmente un mito agrícola basado en la germinación del maíz y su conversión en alimento para el ser humano, haciéndolo fuente de la vida civilizada en la que la creación del hombre es un alumbramiento agrícola a partir de la masa del maíz blanco y amarillo. El 12 de agosto de 3, 113 a.c. Nacimiento de Hun-nal-ye es la fecha de inicio de la cuenta larga del calendario maya, y corresponde a cero Baktun, cero Katun, cero Tun, cero Uinal, cero Kin.

**Segundo.** Usaba la combinación de trece números cabalísticos con 20 figuras de los días lo cual nos da un valor de  $13 \times 20 = 260$  días. Este es el calendario sagrado, conocido como Tzolkin, el cual era utilizado por los sacerdotes para hacer predicciones, horóscopos, y fiestas religiosas. Algunos investigadores sugieren que este calendario tiene su origen en centro preclásico de Izapa en el estado de Chiapas. En este sitio, el sol pasa por el cenit el 12 de agosto y siguiendo con el curso del calendario se repite este fenómeno del 29 de abril; si contamos los días transcurridos entre estas dos fechas, nos da 260 días que es la duración del Tzolkin. Este sistema de contar era el normal para la población común y los nombres de los 20 días son: Imix, Ik, Akbal, Kan, Chicchan, Cimi, Manik, Lamat, Muluc, Oc,

Chuen, Eb, Ben, Ix, Men, Cib, Caban, Edznab, Cauac y Ahau. El día de inicio correspondiente al 12 de agosto de 3,113 a.c. Es el 4 Ahua.

**Tercero.** Manejaban un calendario civil conocido como Haab, al cual solo tenía acceso la casta dirigente y que era utilizado para la astronomía y los ciclos agrícolas y estaba conformado por 18 meses (Uinales) de 20 días cada uno y un mes de ajuste de 5 días. Los nombres de estos meses son: Pop, Uo, Zip, Zotz, Tzec, Xul, Yaxkin, Mol, Ch`chen, Yax, Zac, Chen, Mac, Kankin, Muan, Pax, Kayab, Cumku, y Uayeb . El día de inicio correspondiente al 12 de agosto de 3,113 a.c. Es el ocho Cumku. Para determinar el nombre en un día, el sabio maya uso la combinación de estos 2 calendarios, así que la fecha 12 de agosto de 3, 113 a.c., corresponde a 4 Ahau, 8 Cumku y solo puede repetirse hasta haber transcurrido 18,980 días es decir 73 vueltas de 260 días o 52 vueltas de 365 días. Al término de este ciclo se celebrará la ceremonia del fuego nuevo y se hacia la renovación de diversos utensilios.

**Cuarto.** Llevan el registro de cómputo lunar.

En resumen: la forma de identificar la fecha de inicio 12 de agosto de 3, 113 a.C. Es cero Baktun, cero Katun, cero Uinal, cero kin, 4 Ahau 8 Cumku la cual se expresa así: 0.0.0.0.0. 4 Ahau Cumku. Las fechas importantes eran registradas en estelas de piedra, papel hecho a mano o en piel de venado: en la parte superior ponían el signo introductorio conocido como el Alautun dentro de este se encuentra la figura del patrono protector del mes correspondiente al calendario civil. Después, la secuencia del número de Baktunes, Katunes, Tunes, Uinales y Kines, luego las combinaciones del calendario sagrado y calendario civil, por último, el computo lunar. Llevaban una cuenta lineal dentro de un periodo de 13 Baktunes o "Era", equivalente a 5,125.3661 años trópicos.

### Recordando...

El periodo de 13 Baktunes en el que hace poco nos encontrábamos, comenzó el 12 de agosto de 3,113 a.C. y terminaría el 23 de diciembre del 2012.

Completamos la información apoyándonos en un dato cronológico contenido en la Pág. 66 de la crónica Oxkutzcab documento yucateco del siglo XVII. Según este, el día 3 de noviembre 1539 (correspondiente al 13 de noviembre según la corrección gregoriana) se cumplieron 11 Baktunes y 16 Katunes desde el inicio de la era maya (1´699,200 días) y la fecha correspondiente el calendario sagrado y el calendario civil es 13 Ahau 8 Xul. La idea de "Era" significa que al cierre del 23 de diciembre del 2012, la fecha maya correspondiente es 13 Baktun, cero Katun, cero Uinal , cero Kin y se ha a completado una "Era" osea que el 13 Baktun es el equivalente a cero Baktun para la "nueva era". Esto significa que se abre una nueva era en blanco: cero Baktun, cero Katun, caro Tun, cero Uinal, cero Kin, 3 Cauac, 2 Kankin. De acuerdo con los reportes de investigadores, los mayas erigían estelas de piedra cada 5º 10 y 20 años, para la celebración de algún evento importante. Actualmente con el auxilio de las computadoras se sigue investigando el significado de los jeroglíficos mayas habiéndose logrado muy buenos avances con los trabajos de Linda Schelee y Michael Coe. Para los mayas el 1 de enero del año 2000 estaría expresado a través de los coeficientes 12.19.6.15.0 que indicaban los factores que multiplicaban, en orden descendente, a las potencias de 20 modificadas para proporcionar el número de días transcurridos desde un punto de referencia temporal en el lejano pasado (el 13 de agosto de 3114 a.C.). Los coeficientes pueden tomar un valor entre 0 y 19.

**INFORMACIÓN (INCLUÍDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO "VERSIÓN 2022") TOMADA DE:****Documentos digitales:**

1. Como funciona el calendario maya. Antiguas civilizaciones & evolución religiosa. Recuperado el 27 de febrero del 2018, de <http://antichecivilta.blogspot.com/2008/02/como-funciona-el-calendario-maya.html>
2. Encarnación, P. Necesidades, representaciones y usos del cero a través de la historia. España: Universidad de Granada. Recuperado el 18 de octubre del 2017, de <http://www.ugr.es/~jmcontreras/thales/1/ComunicacionesPDF/Cero.pdf>
3. A-BAK' Matemática Maya y la creación del cero. Maya Tecum. Recuperado el 18 de octubre del 2017, de <https://mayatecum.com/bak-matematica-maya-la-creacion-del-cero/>

**Sitios web:**

1. <https://exceltotal.com/estadistica-descriptiva-en-excel/>
2. <https://exceltotal.com/como-hacer-un-histograma-en-excel/>
3. <https://www.fisicalab.com/apartado/conversion-de-unidades>
4. <http://mundomaya.travel/es/arqueologia/sabias-que/item/el-calendario-maya-consiste-en-dos-diferentes-cuentas-de-tiempo-que-transcurren-simultaneamente.html>
5. <https://aprende.guatemala.com/cultura-guatemalteca/general/como-funciona-calendario-maya-guatemala/>
6. <https://aprende.guatemala.com/cultura-guatemalteca/general/como-mayas-crearon-el-cero/>
7. <https://www.matematicaparatodos.com/variados/mayas01.pdf>

**INFORMACIÓN (INCLUÍDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO "VERSIÓN ANTERIOR") TOMADA DE:****Sitios web:**

1. <https://www.solocontabilidad.com/problemas-ejercicios/problemas-resueltos-interes-simple-1>
2. <https://www.solocontabilidad.com/problemas-ejercicios/problemas-interes-simple-2>
3. <https://www.sectormatematica.cl/comercial/simple.htm>